

Kombinatorik, Graphen, Matroide

3. Übung

1. Beweisen Sie den allgemeinen Satz von Ramsey: Es seien k und l_1, \dots, l_r gegeben. Dann gibt es eine kleinste Zahl $R(k; l_1, \dots, l_r)$, so daß folgendes gilt: Ist N eine n -elementige Menge mit $n \geq R(k; l_1, \dots, l_r)$ und sind die k -elementigen Untermengen von N irgendwie mit den Farben $1, \dots, r$ gefärbt, so gibt es eine Farbe i , so daß in einer l_i -elementigen Untermenge von N alle k -elementigen Teilmengen mit i gefärbt sind. (4 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie vollständige Induktion über r . Für $r = 2$ bietet sich eine Induktion über k an.

2. Berechnen Sie $\sum_{k=0}^n kx^k$ für $x \neq 1$. Verwenden Sie dazu drei verschiedene Methoden:

(a) die Methode „Isolieren der Terme“,

(b) Betrachtung von $\sum_{1 \leq j \leq k \leq n} x^k$,

(c) Differenzenrechnung.

(4 Punkte)

3. Berechnen Sie $\sum_{k=1}^n \frac{H_k}{k}$. (4 Punkte)

4. Drücken Sie $\sum_{k=1}^n H_k^2$ mittels n und H_n aus. (4 Punkte)