

## Kombinatorik, Graphen, Matroide

## 5. Übung

1. Für eine Zahlenfolge  $a_0, a_1, a_2, \dots$  gelte  $1 = \sum_{i=0}^n \frac{a_i}{(n-i)!}$  für alle  $n$ . Man bestimme die Werte der  $a_i$ . (4 Punkte)
2. Sei  $\phi(n)$  die Anzahl der zu  $n$  teilerfremden Zahlen  $k$  mit  $1 \leq k \leq n$ . Beweisen Sie, daß  $\phi(n) = n(1 - \frac{1}{p_1}) \dots (1 - \frac{1}{p_t})$  gilt, wobei  $p_1, \dots, p_t$  die verschiedenen Primteiler von  $n$  sind. (4 Punkte)
3. Beweisen Sie: Jeder Graph  $G = (V, E)$  (mit  $V \neq \emptyset$ ) enthält einen Knoten  $v \in V$  mit  $\frac{1}{d(v)} \sum_{u \in \Gamma(v)} d(u) \geq \frac{2|E|}{|V|}$  (wobei  $d(v)$  der Grad von  $v$  und  $\Gamma(v)$  die Menge der Nachbarn von  $v$  sei). (4 Punkte)
4. Zeigen Sie, daß die Anzahl der Blätter in einem Baum, der mehr als einen Knoten enthält,  $2 + \sum_{v:d(v) \geq 3} (d(v) - 2)$  ist. (4 Punkte)