Sommersemester 2009
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

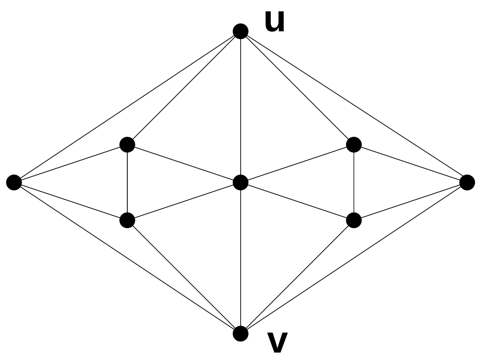
Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide

10. Übung

1. Zeigen Sie $\chi_l(K_{d,d^d}) = d+1$ für $d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. (4 Punkte)

2. Betrachten Sie den folgenden Graph:



   (a) Geben Sie Farblisten für die Knoten an, die für u und v aus je einem Element und für alle anderen Knoten aus je vier Elementen bestehen, so daß es für diese Listen keine zulässige Listenfärbung gibt.

   (b) Folgern Sie aus (a), daß es planare Graphen gibt, deren listenchromatische Zahl größer als vier ist. (4 Punkte)

3. Es sei $\mathcal{S}$ eine endliche Familie von endlichen Mengen. Eine Menge T ist eine *Transversale* von $\mathcal{S}$, falls eine Bijektion $\Phi : T \to \mathcal{S}$ existiert mit $t \in \Phi(t)$ für alle $t \in T$. Nehmen Sie an, daß $\mathcal{S}$ mindestens eine Transversale besitzt, und zeigen Sie, daß die Menge aller Transversalen von $\mathcal{S}$ die Menge der Basen eines Matroiden ist. (4 Punkte)

4. Sei G ein Graph, und sei $\mathcal{F}$ die Familie aller Mengen $X \subseteq V(G)$, für die ein kardinalitätsmaximales Matching existiert, das keinen Knoten in X überdeckt. Zeigen Sie, daß $(V(G), \mathcal{F})$ ein Matroid ist. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 9.7.2008, **vor** der Vorlesung.