

## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 11. Übung

1. (a) Geben Sie ein Matroid an, dessen Rangfunktion (R3) nicht immer mit Gleichheit erfüllt.  
(b) Geben Sie ein Matroid an, dessen Rangfunktion (R3) immer mit Gleichheit erfüllt.  
(4 Punkte)
2. Es sei  $(E, \mathcal{F})$  ein Matroid. Zeigen Sie, daß der BEST-IN-GREEDY jede Bottleneck-Funktion  $c(F) = \min\{c(e) \mid e \in F\}$  über den Basen maximiert.  
(4 Punkte)
3. Seien  $(E, \mathcal{F}_1), \dots, (E, \mathcal{F}_k)$  Matroide, und sei  $(E, \mathcal{F})$  ihre Vereinigung. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:
  - (a) Wenn  $(E, \mathcal{F}_1), \dots, (E, \mathcal{F}_k)$  uniforme Matroide sind, dann ist auch  $(E, \mathcal{F})$  uniform.
  - (b) Wenn  $(E, \mathcal{F}_1), \dots, (E, \mathcal{F}_k)$  graphische Matroide auf einem schlichten Graphen sind, dann ist auch  $(E, \mathcal{F})$  graphisch.  
(4 Punkte)
4. Zeigen Sie, daß Unabhängigkeitsorakel und Basis-Obermengen-Orakel für Matroide polynomiell äquivalent sind.  
(4 Punkte)