Sommersemester 2011 | Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik

Prof. Dr. B. Korte | Universität Bonn

Dr. U. Brenner

Kombinatorik, Graphen, Matroide

4. Übung

1. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke durch partielle Summation (im Ergebnis darf die harmonische Zahl H_n vorkommen, alle anderen Terme sollen durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen zu berechnen sein):

   (a) $\sum\limits_{k=0}^{n} k^2 2^k$.

   (b) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k(k+1)}$. (4 Punkte)

2. Zeigen Sie mittels partieller Summation, wie $\sum_{k=1}^{n} H_k^2$ mit einer konstanten Anzahl von Rechenoperationen aus H_n und n berechnet werden kann. (4 Punkte)

3. Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei $\Lambda(n)$ die Zahl der Graphen auf der Knotenmenge $\{1, \ldots, n\}$, in denen kein Knoten Grad 0 hat. Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\Lambda(n)$ an. (4 Punkte)

4. Verallgemeinern Sie das Inklusions-Exklusions-Prinzip. Es seien $E_1, \ldots, E_m$ Eigenschaften von Elementen eine n-elementigen Menge S. Zeigen Sie, daß die Anzahl der Elemente, welche genau t Eigenschaften erfüllen, durch

$$\sum_{j=0}^{m-t} \left[(-1)^j \binom{t+j}{t} \sum_{i_1 < \cdots < i_{t+j}} N(E_{i_1} \ldots E_{i_{t+j}}) \right]$$

   gegeben ist, wobei $N(E_{i_1} \ldots E_{i_{t+j}})$ die Zahl der Elemente sei, welche die Eigenschaften $E_{i_1} \ldots E_{i_{t+j}}$ besitzen. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 5.5.2010, vor der Vorlesung.