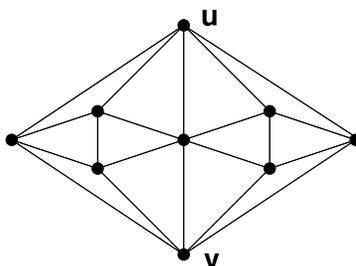


## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 6. Übung

1. Zeigen Sie, daß es in jedem Graphen  $G$  einen Weg mit mindestens  $\chi(G) - 1$  Kanten geben muß. (4 Punkte)
2. Sei  $G$  ein Graph mit  $n$  Knoten. Zeigen Sie, daß  $\chi(G) + \chi(\bar{G}) \leq n + 1$  gilt, wobei  $\bar{G}$  das Komplement von  $G$  sei, d.h. zwei Knoten sind in  $\bar{G}$  genau dann durch eine Kante verbunden, wenn sie es in  $G$  nicht sind. (4 Punkte)
3. Zeigen Sie  $\chi_l(K_{d,d^d}) = d + 1$  für  $d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ . (4 Punkte)
4. Betrachten Sie den folgenden Graph:



- (a) Geben Sie Farblisten für die Knoten an, die für  $u$  und  $v$  aus je einem Element und für alle anderen Knoten aus je vier Elementen bestehen, so daß es für diese Listen keine zulässige Listenfärbung gibt.
- (b) Folgern Sie aus (a), daß es planare Graphen gibt, deren listenchromatische Zahl größer als vier ist. (4 Punkte)