Sommersemester 2011
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide

9. Übung

1. Sei G ein Graph, und sei $\mathcal{F}$ die Familie aller Mengen $X \subseteq V(G)$, für die ein kardinalitätsmaximales Matching existiert, das keinen Knoten in X überdeckt. Zeigen Sie, daß $(V(G), \mathcal{F})$ ein Matroid ist. (4 Punkte)

2. Sei G ein ungerichteter Graph, $k \in \mathbb{N}$ und $\mathcal{F}$ die Familie derjenigen Teilmengen von $E(G)$, die die Vereinigung von k Wäldern sind. Beweisen Sie, daß $(E(G), \mathcal{F})$ ein Matroid ist. (4 Punkte)

3. Es sei $\mathcal{S}$ eine endliche Familie von endlichen (nicht notwendigerweise paarweise verschiedenen) Mengen. Eine Menge T ist eine *Transversale* von $\mathcal{S}$, falls eine Bijektion $\Phi : T \to \mathcal{S}$ existiert mit $t \in \Phi(t)$ für alle $t \in T$. Nehmen Sie an, daß $\mathcal{S}$ mindestens eine Transversale besitzt, und zeigen Sie, daß die Menge aller Transversalen von $\mathcal{S}$ die Menge der Basen eines Matroiden ist (des sogenannten *transversalen Matroids*). (4 Punkte)

4. Beweisen oder widerlegen Sei die folgenden Aussagen:

   (a) Jedes uniforme Matroid ist ein transversales Matroid (zur Definition: siehe vorige Aufgabe)

   (b) Jedes transversale Matroid ist ein graphisches Matroid (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 9.6.2010, vor der Vorlesung.

Hinweis auf die nächste Mentoren-Veranstaltung:
Die Mentorengruppe des Forschungsinstituts für Diskrete Mathematik trifft sich am Donnerstag, den 11. Juni um 18 Uhr im Konferenzraum des Arithmeums. Es wird einen Vortrag über zufällige Graphen geben. Alle interessierten Studenten sind herzlich eingeladen.