Sommersemester 2012
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
3. Übung

1. Geben Sie eine möglichst große Menge von positiven ganzen Zahlen an, so daß die Summe von je drei dieser Zahlen eine Primzahl ist. Zeigen Sie auch, daß die von Ihnen gewählte Menge größtmöglich ist, daß es also keine größere Menge mit dieser Eigenschaft gibt. (4 Punkte)

2. Beweisen Sie den allgemeinen Satz von Ramsey: Es seien k und $l_1, \ldots, l_r$ gegeben. Dann gibt es eine kleinste Zahl $R(k; l_1, \ldots, l_r)$, so daß folgendes gilt: Ist N eine n-elementige Menge mit $n \geq R(k; l_1, \ldots, l_r)$ und sind die k-elementigen Untermengen von N irgendwie mit den Farben $1, \ldots, r$ gefärbt, so gibt es eine Farbe i, so daß in einer l_i-elementigen Untermenge von N alle k-elementigen Teilmengen mit i gefärbt sind.
Hinweis: Benutzen Sie vollständige Induktion über r. Für $r = 2$ bietet sich eine Induktion über k an. (4 Punkte)

3. Berechnen Sie für $x \neq 1$ die folgende Ausdrücke durch die Methode „Isolieren der Terme“ (d.h. finden Sie eine Darstellung, die eine Auswertung mit einer konstanten Anzahl von Rechenoperationen erlaubt):
   (a) $\sum_{k=1}^{n} kx^k$
   (b) $\sum_{k=1}^{n} k^2x^k$ (4 Punkte)

4. Für die Zahlen T_n ($n \in \mathbb{N}$) gelte: $T_0 = 5$, $3T_n = 2nT_{n-1} + 5(n!)$ (für $n > 0$). Lösen Sie die dadurch gegebene Rekursion durch die Wahl geeigneter Summationsfaktoren. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 24.4.2012, **vor** der Vorlesung.