Sommersemester 2012 Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Prof. Dr. B. Korte Universität Bonn
Dr. U. Brenner

Kombinatorik, Graphen, Matroide
4. Übung

1. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke durch partielle Summation (im Ergebnis darf die harmonische Zahl H_n vorkommen, alle anderen Terme sollen durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen zu berechnen sein):

   (a) $\sum\limits_{k=0}^{n} k^2 2^k$.

   (b) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k(k+1)}$. (4 Punkte)

2. Zeigen Sie mittels partieller Summation, wie $\sum_{k=1}^{n} H_k^2$ mit einer konstanten Anzahl von Rechenoperationen aus H_n und n berechnet werden kann. (4 Punkte)

3. Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei $\Lambda(n)$ die Zahl der ungerichteten Graphen auf der Knotenmenge $\{1, \dots, n\}$, in denen kein Knoten Grad 0 hat. Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\Lambda(n)$ an. (4 Punkte)

4. (a) Zeigen Sie, daß für $k, n \in \mathbb{N}$ gilt: $S_{n,k} = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \binom{k}{j} (k-j)^n$.

   (b) Folgern Sie aus (a), daß für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $B_n = \frac{1}{e} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i^n}{i!}$. Dabei sei B_n wie in Aufgabe 1 des zweiten Übungszettels definiert durch $B_0 = 1$ und $B_n = \sum_{k=0}^{n} S_{n,k}$ für $n > 0$. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 3.5.2012, **vor** der Vorlesung.