

Kombinatorik, Graphen, Matroide

9. Übung

1. Sei G ein Graph. Zeigen Sie, daß G einen Teilgraphen H enthalten muß, so daß für jeden Knoten $v \in V(H)$ gilt: $|\delta_H(v)| \geq \chi(G) - 1$. (4 Punkte)
2. Zeigen Sie (unter Benutzung des Vierfarbensatzes), daß der chromatische Index eines 3-regulären planaren Graphen G ohne Brücken (d.h. ohne Kanten, deren Löschung die Zahl der Komponenten von G erhöhen würde), 3 ist. Gilt diese Aussage auch noch, wenn man statt 3-Regularität nur $\Delta(G) \leq 3$ fordert? (4 Punkte)
3. Sei G ein ungerichter, nicht vollständiger Graph. Zeigen Sie, daß es dann eine Partition $V(G) = V_1 \dot{\cup} V_2$ gibt, so daß $\chi(G[V_1]) + \chi(G[V_2]) > \chi(G)$ gilt. (4 Punkte)
4. Sei G ein Graph, und sei \mathcal{F} die Familie aller Mengen $X \subseteq V(G)$, für die ein kardinalitätsmaximales Matching existiert, das keinen Knoten in X überdeckt. Zeigen Sie, daß $(V(G), \mathcal{F})$ ein Matroid ist. (4 Punkte)