Sommersemester 2013
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
11. Übung

1. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Für jedes Matroid $(E, \mathcal{F})$ mit Abschlußoperator $\sigma : 2^E \to 2^E$, $X \subseteq E$ und $x \in \sigma(X)$ gilt: $\sigma(X \cup \{x\}) = \sigma(X)$. (4 Punkte)

2. Zeigen Sie, daß Unabhängigkeitsorakel und Basis-Obermengen-Orakel für Matroide polynomiell äquivalent sind. (4 Punkte)

3. Es sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid. Zeigen Sie, daß der Best-In-Greedy jede Bottleneck-Funktion $c(F) = \min\{c(e) \mid e \in F\}$ über den Basen maximiert. (4 Punkte)

4. Es sei k eine positive ganze Zahl. Ein k-Hypergraph ist ein Paar $H = (V(H), E(H))$ mit $E(H) \subseteq \{e \mid e \subseteq V(H), |e| = k\}$. Die 2-Hypergraphen sind also gerade die Graphen. Zu einem k-Hypergraph $H = (V(H), E(H))$ sei

$$\mathcal{F}_H = \{F \subseteq E(H) \mid \forall e, e' \in F : |e \cap e'| \leq 1\}.$$

   (a) Zeigen Sie, daß $(E(H), \mathcal{F}_H)$ immer ein Unabhängigkeitssystem ist, aber im allgemeinen kein Matroid.

   (b) Betrachten Sie das Problem, zu einem gegebenen k-Hypergraphen H mit Kantengewichten $c : E(H) \to \mathbb{R}_+$ eine Menge $F \in \mathcal{F}_H$ zu finden, die $\sum_{e \in F} c(e)$ maximiert. Welche Approximationsgüte erreicht der Best-In-Greedy für dieses Problem? (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 2.7.2013, vor der Vorlesung.