Sommersemester 2015
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
2. Übung

1. Es sei $\tilde{S}_{n,k}$ die Zahl der Möglichkeiten, eine n-elementige Menge so in k Mengen aufzuteilen, daß jede Menge mindestens drei Elemente enthält
   (a) Berechnen Sie $\tilde{S}_{3k,k}$.
   (b) Finden Sie eine Rekursionsformel für $\tilde{S}_{n,k}$ mit $n > 3k$. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Formel. (2+2 Punkte)

2. (a) Ein Holzfäller fällt über einen Zeitraum von 90 Tagen jeden Tag wenigstens einen Baum, aber nie mehr als fünf Bäume an drei aufeinanderfolgenden Tagen. Man zeige, daß es dann für jedes $k \in \{1, \dots, 29\}$ einen Zeitraum von aufeinanderfolgenden Tagen gibt, an dem der Holzfäller genau k Bäume fällt.
   (b) Bei einer Party treffen sich neun Personen, von denen niemand jünger als ein Jahr und niemand älter als 60 Jahre ist. Man zeige, daß man dann zwei (disjunkte) Gruppen von Gästen finden kann, so daß die Summen der Alter in beiden Gruppen gleich sind. (2+2 Punkte)

3. Beweisen Sie den allgemeinen Satz von Ramsey: Es seien k und $l_1, \dots, l_r$ gegeben. Dann gibt es eine kleinste Zahl $R(k; l_1, \dots, l_r)$, so daß folgendes gilt: Ist N eine n-elementige Menge mit $n \geq R(k; l_1, \dots, l_r)$ und sind die k-elementigen Untermengen von N irgendwie mit den Farben $1, \dots, r$ gefärbt, so gibt es eine Farbe i, so daß in einer l_i-elementigen Untermenge von N alle k-elementigen Teilmengen mit i gefärbt sind. (5 Punkte)
   Hinweis: Benutzen Sie vollständige Induktion über r. Für $r = 2$ bietet sich eine Induktion über k an.

4. Jedes Paar von Städten in einem Land ist durch genau eine von drei Transportmöglichkeiten verbunden: Bus, Bahn oder Flugzeug, wobei alle drei Möglichkeiten vorkommen mögen. Keine drei Städte sind paarweise durch denselben Transport verbunden. Wie viele Städte kann es dann höchstens geben? (3 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 28.4.2015, vor der Vorlesung.