Sommersemester 2017
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
3. Übung

1. Beweisen Sie den allgemeinen Satz von Ramsey: Es seien k und $l_1, \ldots, l_r$ gegeben. Dann gibt es eine kleinste Zahl $R(k; l_1, \ldots, l_r)$, so dass folgendes gilt: Ist N eine n-elementige Menge mit $n \geq R(k; l_1, \ldots, l_r)$ und sind die k-elementigen Untermengen von N irgendwie mit den Farben $1, \ldots, r$ gefärbt, so gibt es eine Farbe i, so dass in einer l_i-elementigen Untermenge von N alle k-elementigen Teilmengen mit i gefärbt sind.
Hinweis: Benutzen Sie vollständige Induktion über r. Für $r = 2$ bietet sich eine Induktion über k an. (5 Punkte)

2. Jedes Paar von Städten in einem Land ist durch genau eine von drei Transportmöglichkeiten verbunden: Bus, Bahn oder Flugzeug, wobei alle drei Möglichkeiten vorkommen mögen. Keine drei Städte sind paarweise durch denselben Transport verbunden. Wie viele Städte kann es dann höchstens geben? (3 Punkte)

3. Berechnen Sie für $x \neq 1$ die folgende Ausdrücke durch die Methode „Isolieren der Terme“ (d.h. finden Sie eine Darstellung, die eine Auswertung mit einer konstanten Anzahl von Rechenoperationen erlaubt):

   (a) $\sum_{k=1}^{n} kx^k$

   (b) $\sum_{k=1}^{n} k^2x^k$ (2+2 Punkte)

4. Für die Zahlen T_n ($n \in \mathbb{N}$) gelte: $T_0 = 5$, $3T_n = 2nT_{n-1} + 5(n!)$ (für $n > 0$). Lösen Sie die dadurch gegebene Rekursion durch die Wahl geeigneter Summationsfaktoren. (4 Punkte)

Homepage der Übung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss17/kgm_uebung_ss17.html`

Abgabe: Donnerstag, den 11.5.2017, vor der Vorlesung.