

Kombinatorik, Graphen, Matroide

4. Übung

1. Berechnen Sie $\sum_{k=1}^n kH_k$ mittels partieller Summation (in der Lösung darf noch die harmonische Reihe vorkommen). (4 Punkte)

2. Bestimmen Sie die Zusammenhangskoeffizienten der Basen $\{x^{\bar{n}}\}$ und $\{x^{\underline{n}}\}$, d.h. finden Sie Zahlen $a_{n,k}$ und $b_{n,k}$ (für $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$), so dass für alle $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ gilt:

$$x^{\bar{n}} = \sum_{k=0}^n a_{n,k} \cdot x^{\underline{k}} \quad \text{und}$$

$$x^{\underline{n}} = \sum_{k=0}^n b_{n,k} \cdot x^{\bar{k}}$$

Hinweis: Benutzen Sie, dass für komplexes x und y und $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ die Vandermonde-Identität gilt, also

$$\binom{x+y}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{x}{k} \binom{y}{n-k}.$$

(5 Punkte)

3. Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei $\Lambda(n)$ die Zahl der ungerichteten Graphen auf der Knotenmenge $\{1, \dots, n\}$, in denen kein Knoten Grad $n-1$ hat. Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\Lambda(n)$ an. (4 Punkte)
4. Wie viele Möglichkeiten gibt es, n Ehepaare so auf $2n$ Stühle an einem runden Tisch zu verteilen, dass keine zwei Ehepartner nebeneinandersitzen? (3 Punkte)

Homepage der Übung:

http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss17/kgm_uebung_ss17.html

Abgabe: Donnerstag, den 18.5.2017, vor der Vorlesung.