Sommersemester 2018
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
13. Übung

Bemerkung: Diese Aufgaben behandeln den letzten Abschnitt der Vorlesung. Sie lassen sich nicht unbedingt nur mit dem Vorlesungsstoff, der bis zum 10. Juli behandelt wurde, lösen.

1. Berechnen Sie $\sum_{k=1}^{n} kH_k$ mittels partieller Summation (in der Lösung darf noch die harmonische Reihe vorkommen).

2. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke durch partielle Summation (im Ergebnis darf die harmonische Zahl H_n vorkommen, alle anderen Terme sollen durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen zu berechnen sein):

   (a) $\sum\limits_{k=0}^{n} k^2 2^k$.

   (b) $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{2k+1}{k(k+1)}$.

3. Bestimmen Sie die Zusammenhangskoeffizienten der Basen $\{x^{\overline{n}}\}$ und $\{x^{\underline{n}}\}$, d.h. finden Sie Zahlen $a_{n,k}$ und $b_{n,k}$ (für $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$), so dass für alle $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ gilt:

$$x^{\overline{n}} = \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} \cdot x^{\underline{k}} \quad \text{und}$$

$$x^{\underline{n}} = \sum_{k=0}^{n} b_{n,k} \cdot x^{\overline{k}}$$

   Hinweis: Benutzen Sie, dass für komplexes x und y und $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ die Vandermonde-Identität gilt, also

$$\binom{x+y}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{x}{k} \binom{y}{n-k}.$$

4. Für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei $\Lambda(n)$ die Zahl der ungerichteten Graphen auf der Knotenmenge $\{1, \ldots, n\}$, in denen kein Knoten Grad 0 hat. Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\Lambda(n)$ an.

Homepage der Übung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss18/kgm_uebung_ss18.html`

Die Bearbeitungen dieses Zettels werden nicht mehr abgegeben.