

# Lineare und Ganzzahlige Optimierung

WS 2008/2009

## Übungszettel 4

### Aufgabe 1:

Zeigen Sie, dass jedes Polyeder eine Darstellung als Summe

$$Q + C = \{q + c : q \in Q, c \in C\}$$

aus einem Polytop  $P$  und einem polyedrischen Kegel  $C$  hat.

(4 Punkte)

### Aufgabe 2:

Sei  $A$  eine nicht-singuläre rationale  $x \times n$ -Matrix. Zeigen Sie, dass  $\text{size}(A^{-1}) \leq 4n^2 \text{size}(A)$  gilt.

(4 Punkte)

### Aufgabe 3:

Sei  $X \subset \mathbb{R}^n$  eine nichtleere konvexe Menge,  $\tilde{X}$  der Abschluss von  $X$  und  $y \notin X$ . Beweisen Sie:

- Es gibt einen eindeutig bestimmten Punkt in  $\tilde{X}$  mit minimalen Abstand zu  $y$ .
- Es gibt einen Vektor  $a \in \mathbb{R}^n$  mit  $a^T x < a^T y$  für alle  $x \in X$ .
- Ist  $X$  beschränkt und  $y \notin \tilde{X}$ , so gibt es einen Vektor  $a \in \mathbb{Q}^n$  mit  $a^T x < a^T y$  für alle  $x \in X$ .
- Eine abgeschlossene konvexe Menge ist der Durchschnitt aller abgeschlossener Halbräume, in denen sie enthalten ist.

(4 Punkte)

### Aufgabe 4:

Die Firma Dorian Auto überlegt drei verschiedene Autoklassen zu produzieren: Kompakt-, Mittel- und Luxusklasse. Die benötigte Menge an Stahl und Arbeitszeit sowie der Profit je Auto jeder der drei Klassen sind in der folgenden Tabelle aufgelistet:

	Kompakt	Mittel	Luxus
Stahl	1.5 Tonnen	3 Tonnen	5 Tonnen
Arbeitszeit	30 Stunden	25 Stunden	40 Stunden
Profit	2000 EUR	3000 EUR	4000 EUR

Es stehen insgesamt 6000 Tonnen Stahl und 60000 Arbeitsstunden zur Verfügung. Um eine Wagenklasse zu produzieren müssen aus ökonomischen Gründen mindestens 1000 Wagen dieser Klasse produziert werden. Die Firma Dorian möchte ihren Profit maximieren.

Formulieren Sie dieses Problem als Ganzzahliges Lineares Programm, und lösen Sie es.

(4 Punkte)

**Abgabe:** Donnerstag, den 20.11.08, vor der Vorlesung