Lineare und Ganzzahlige Optimierung

WS 2008/2009

Übungszettel 7

Aufgabe 1:

a) Geben Sie ein zulässiges Beispiel für ein unbeschränktes MCF an.

b) Geben Sie ein Beispiel für ein MCF an, dass keine zulässige Lösung besitzt.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Betrachten Sie folgende Verallgemeinerung des MCF Problems:

- Neben Kapazitäten $u_e \geq 0$ für jede Kante $e \in E$ gibt es eine untere Schranke $0 \leq l_e \leq u_e$.
- Gesucht wird eine kostenminimierende Versorgung der Knoten, s.d. in der entsprechenden Lösung $l_e \leq x_e \leq u_e$ für jede Kante $e \in E$ gilt.

Zeigen Sie, dass diese Verallgemeinerung keine Einschränkung darstellt in dem Sie zeigen, wie diese Verallgemeinerung mit Hilfe eine Algorithmus für das klassische MCF gelöst werden kann.

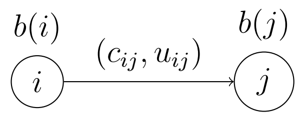
(4 Punkte)

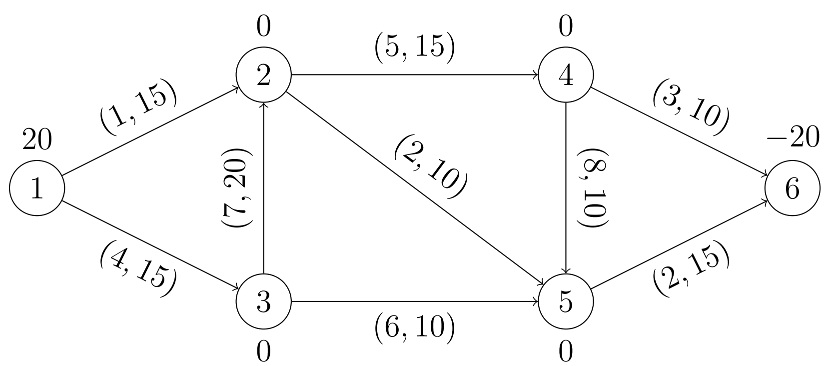
Aufgabe 3:
Sei $P := \{x |\, Ax \leq b\} \subseteq \mathbb{R}^{k+l}$ ein rationales Polyeder. Zeigen Sie, dass $\mathrm{conv}(P \cap (\mathbb{Z}^k \times \mathbb{R}^l))$ ein Polyeder ist. (Tipp: Satz 5.3 mit Beweis)

(4 Punkte)

b.w. →

Aufgabe 4:
Betrachten Sie das folgende Min-Cost-Flow Problem auf dem Graphen $G = (V, E)$.





a) Überlegen Sie sich eine eindeutige lexikographische Ordnung auf den Kanten, d.h. eine Reihenfolge, so dass z.B. Bland's Pivot-Regel beim Netzwerksimplex eindeutig ist.

b) Die Kantenmenge $T = \{(1, 2), (3, 2), (2, 5), (4, 5), (4, 6)\}$ ist ein spannender Baum in G. Der Fluss auf der Nichtbaumkante $(3, 5)$ sei 0, der Fluss auf den Nichtbaumkanten $(1, 3), (2, 4)$ und $(5, 6)$ sei maximal. Vervollständigen Sie den Flussvektor x, so dass eine zulässige Baumlösung entsteht.

c) Lösen Sie das MCF-Problem mit dem Netzwerksimplex-Verfahren, ausgehend von der Baumlösung T, und der in a) beschriebenen Ordnung als Pivot-Regel.

(4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 11.12.08, **vor** der Vorlesung