Lineare und Ganzzahlige Optimierung

WS 2008/2009

Übungszettel 9

Aufgabe 1:
Beweisen Sie, dass es einen Algorithmus mit polynomieller Laufzeit gibt, der für eine ganzzahlige Matrix A und einen ganzzahligen Vektor b einen ganzzahligen Vektor x findet mit $Ax = b$ oder entscheidet, dass kein solcher Vektor existiert.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Betrachten Sie die Ungleichungssysteme:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

a) Beide Systeme definieren das gleich Polyeder.

b) Das erste System ist TDI, das zweite nicht.

(4 Punkte)

Aufgabe 3:
Zeigen Sie, dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

nicht total unimodular ist, die Menge $\{x : Ax = b\}$ aber ganzzahlig für jeden ganzzahligen Vektor b ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 4:
Die Firma 'Father Domino' produziert Kopierer. Die Firma verkauft die Maschinen in sechs Städten: Bosten, New York, Philadelphia, Washington, Providence und Atlantic City. Die jährlichen Absatzzahlen in diesen Städten hängt davon ab, ob eine Niederlassung von Domino innerhalb einer Entfernung von 150 Meilen von der jeweiligen Stadt liegt (siehe Tabelle 1).

Niederlassung in 150 Meilen Entfernung ?	Bosten	N.Y.	Phila.	Wash.	Prov.	Atl. City
ja	700	1000	900	800	400	450
nein	500	750	700	450	200	300

Tabelle 1: Jährliche Absatzzahlen, abhänig davon, ob es eine Niederlassung in höchstens 150 Meilen Entfernung gibt.

Die Produktion eines Kopierers kostet \$500 und er wird für \$1 000 verkauft. Die jährlichen Kosten einer Niederlassung betragen \$80 000. Domino muss entscheiden, an welchen Orten es eine Niederlassung eröffnen will. Es können jedoch nur in Bosten, New York, Philadelphia und Washington Niederlassungen eröffnet werden. Die Entfernungen zwischen den Städten ist in Tabelle 2 angegeben.

	Bosten	N.Y.	Phila.	Wash.
Bosten	0	222	310	441
New York	222	0	89	241
Philadelphia	310	89	0	146
Washington	441	241	146	0
Province	47	186	255	376
Atlantic City	350	123	82	178

Tabelle 2: Entfernungen zwischen den Städten.

Formulieren Sie ein IP mit deren Hilfe Domino seinen Profit maximieren kann und lösen Sie es mit einer Methode Ihrer Wahl.

(4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 08.01.09, **vor** der Vorlesung