Wintersemester 2010/11
Prof. Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
2. Übung

1. Sei n eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass es genau $(n+1)^{n-1}$ Branchings auf der Knotenmenge $\{1,\dots,n\}$ gibt. (4 Punkte)

2. Sei G ein gerichteter Graph. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

   (a) G ist ein Branching.

   (b) G ist azyklisch (d.h. enthält keinen Kreis), und es gilt $|\delta^-(v)| \leq 1$ für alle $v \in V(G)$.

   (c) G ist Teilgraph einer Arboreszenz.

   (d) Die Zusammenhangskomponenten von G sind Arboreszenzen. (4 Punkte)

3. Sei (G,c) eine Instanz des MST-Problems, bei der $c(e) \neq c(e')$ $\forall e, e' \in E(G)$ gilt. Zeigen Sie, dass es dann nur eine optimale Lösung geben kann. (4 Punkte)

4. a) Zeigen Sie, dass es Folgen von Heap-Operationen gibt, so dass in einem Fibonacci-Heap ein Pfad der Länge $\Theta(n)$ entsteht, wobei n die Zahl der Elemente ist.

   b) Zeigen Sie, dass zwei Fibonacci-Heaps mit n_1 und n_2 Elementen in $O(\log(n_1 + n_2))$ Zeit verschmolzen werden können. Das Ergebnis soll also ein Fibonacci-Heap sein, der alle $n_1 + n_2$ Elemente enthält. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 26.10.2010, **vor** der Vorlesung.