

Einführung in die Diskrete Mathematik

11. Übung

1. Beweisen Sie, dass folgende Entscheidungsprobleme in NP sind:

- (a) Gegeben seien ein zusammenhängender ungerichteter Graph G , Kantengewichte $c : E(G) \rightarrow \mathbb{Z}_+$ und eine natürliche Zahl k . Gibt es einen aufspannenden Subgraphen H von G mit $|E(H)| \leq k$ und Gewichte $c' : E(H) \rightarrow \mathbb{R}_+$, so dass

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \text{dist}_{(G,c)}(s, t) \leq \text{dist}_{(H,c')}(s, t) \leq \sqrt{2} \text{dist}_{(G,c)}(s, t)$$

für alle $s, t \in V(G)$ gilt?

- (b) Gegeben seien eine natürliche Zahl n und natürliche Zahlen a_i, b_i für $i = 1, \dots, n$. Kann man n Quadrate mit Kantenlängen $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \dots, \frac{a_n}{b_n}$ achsenparallel und ohne Rotation in ein Einheitsquadrat packen? (4 Punkte)

2. Man beschreibe einen Algorithmus mit linearer Laufzeit, der für eine gegebene SATISFIABILITY-Instanz eine Wahrheitsbelegung bestimmt, die mindestens die Hälfte aller Klauseln erfüllt. (4 Punkte)

3. Zeigen Sie, daß 2SAT, also die Einschränkung des SATISFIABILITY-Problems auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens zwei Literale hat, in polynomieller Zeit lösbar ist. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 11.1.2011, **vor** der Vorlesung.