

## Einführung in die Diskrete Mathematik

## 12. Übung

1. Betrachten Sie 3-OCCURRENCE-SAT, d.h. SATISFIABILITY eingeschränkt auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens drei Literale enthält und jede Variable in höchstens drei Klauseln vorkommt. Man beweise, dass dieses Problem  $NP$ -vollständig ist. (4 Punkte)
2. Ist auch die Einschränkung von CLIQUE auf Instanzen, in denen der Graph
  - (a) bipartit ist,
  - (b) 2-fach zusammenhängend ist, $NP$ -vollständig? Antworten Sie jeweils mit „ja“, „nein“, oder „genau dann, wenn  $P=NP$ “, und begründen Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)
3. Betrachten Sie folgendes Problem: Finde zu einem gegebenen Graph  $G$  eine möglichst kleine Menge  $X \subseteq V(G)$  mit  $X \cup \Gamma(X) = V(G)$ . Hier ist  $\Gamma(X)$  wieder die Menge der Nachbarn von  $X$ . Man zeige, dass es für dieses Problem genau dann einen polynomiellen Algorithmus gibt, wenn  $P = NP$  ist. (4 Punkte)
4. Man bestimme entweder einen polynomiellen Algorithmus für die folgenden Entscheidungsprobleme, oder man beweise ihre  $NP$ -Vollständigkeit:
  - (a) Gibt es für einen gegebenen ungerichteten Graphen  $G$  und eine gegebene Knotenmenge  $T \subseteq V(G)$  einen aufspannenden Baum in  $G$ , so dass alle Knoten in  $T$  Blätter sind?
  - (b) Gibt es für einen gegebenen ungerichteten Graphen  $G$  und eine gegebene Knotenmenge  $T \subseteq V(G)$  einen aufspannenden Baum in  $G$ , so dass alle Blätter Elemente von  $T$  sind? (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 18.1.2011, **vor** der Vorlesung.

Hinweis auf die nächste Mentoren-Veranstaltung:

Die Mentorengruppe des Forschungsinstituts für Diskrete Mathematik trifft sich am Donnerstag, den 13. Januar um 18 Uhr im Konferenzraum des Arithmeums. Maxim Janzen trägt über „Datenstrukturen für Graphen“ vor. Dabei werden Programmierdetails in C++ sowie Vor- und Nachteile besprochen. Im Anschluss bietet sich die Möglichkeit, mit dem eigenen Laptop das Gelernte praktisch anzuwenden. Alle interessierten Studenten sind herzlich eingeladen.

Hinweis der Fachschaft Mathematik:

Die Semesterparty der Fachschaft Mathematik am findet am 18.1.2011 um 22 Uhr im „N8Schicht“ statt.