

# Algorithmische Mathematik I

## 11. Übung

1. Beweisen oder widerlegen sie die folgende Aussage: Entfernt man aus einem zusammenhängenden ungerichteten Graphen mit Kantengewichten sukzessive eine schwerste Kante unter denen, deren Herausnahme nicht den Zusammenhang des Graphen zerstört, so bleibt am Ende ein gewichtsminaler aufspannender Baum übrig. (5 Punkte)
2. Für einen zusammenhängenden ungerichteten Graphen  $G$  und  $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$  sei  $\xi(G, c)$  das minimale Gewicht eines aufspannenden Baumes in  $(G, c)$ . Zeigen Sie, dass es für alle  $k \in \mathbb{N}$  einen zusammenhängenden ungerichteten Graphen  $G$  mit Kantengewichten  $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  gibt, für den folgendes gilt: Für alle Knoten  $s \in V(G)$  und alle Kürzeste-Wege-Bäume  $T$  mit Wurzel  $s$  gilt  $c(E(T)) > k \cdot \xi(G, c)$ . (5 Punkte)
3. Es sei ein azyklischer gerichteter Graph  $G$  mit zwei Knoten  $s$  und  $t$  und Kantengewichten  $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben. Zeigen Sie, wie man in linearer Zeit einen kürzesten  $s$ - $t$ -Weg in  $G$  berechnen kann. (5 Punkte)
4. Zeigen Sie, dass man zu einem gegebenen ungerichteten Graphen  $G$  mit Kantengewichten  $c : E(G) \rightarrow \{0, 1, \dots, 42\}$  und Knoten  $s$  einen Kürzeste-Wege-Baum mit Wurzel  $s$  in linearer Laufzeit berechnen kann. (5 Punkte)

### Zusatzaufgaben

5. Für den Weihnachtsurlaub in Engelberg möchte Maria 1000 Euro in Schweizer Franken tauschen. Ihre Bank bietet für jeden Umtausch von einer Währung in eine andere einen festen Umtauschkurs an, z.B.  
1 EUR  $\rightarrow$  1,18 SFR; 1 SFR  $\rightarrow$  0,81 EUR; 1 EUR  $\rightarrow$  1,31 USD; 1 USD  $\rightarrow$  0,91 SFR usw.  
Zusätzliche Kosten oder Gebühren fallen beim Umtausch nicht an.  
Maria hat festgestellt, dass es günstiger ist, die 1000 Euro zunächst in US-Dollar umzutauschen und diese dann in Schweizer Franken. Aber vielleicht gibt es über den Umweg anderer Währungen ja eine noch bessere Möglichkeit: ihre Bank tauscht Dutzende von Währungen ineinander um. Wie können Sie Maria helfen, die beste Möglichkeit zu finden? (5 Bonuspunkte)
6. Josef hat ein kleines Ferienzimmer zu vermieten. Für 2013 liegen Hunderte von Buchungsanfragen vor, aber Josef hat bisher noch niemandem zugesagt. Jede Anfrage hat die Form "Name, Anreisedatum, Abreisedatum". Die Zeiträume vieler Anfragen überschneiden sich, aber alle Daten liegen in 2013. Josef überlegt, welche Buchungen er akzeptieren soll, so dass das Ferienzimmer möglichst viele Nächte gebucht ist. Wie können Sie ihm helfen? (5 Bonuspunkte)

**Abgabe:** Dienstag, den 8.1.2013, **vor** der Vorlesung.

Öffnungszeiten des Help Desks: montags, 12 – 14 Uhr und freitags, 12 – 14 Uhr in Raum N1.002 und donnerstags, 18 – 20 Uhr **in Raum N0.003**.