Wintersemester 2014/15
Professor Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Algorithmische Mathematik I
3. Übung

1. Die Potenzmenge einer Menge X ist die Menge aller Teilmengen von X. Zeigen Sie, dass die Potenzmenge von $\mathbb{N}$ überabzählbar ist. (4 Punkte)
   Hinweis: Verfahren Sie ähnlich wie im Beweis von Satz 1.22 der Vorlesung.

2. (a) Ersetzen Sie im Programm 1.25 (Collatz-Folge) aus der Vorlesung in Zeile 26 die Anweisung „`n = 3 * n + 1;`" durch „`n = n + 1;`".
   Zeigen Sie, dass das Programm dann stets terminiert, und geben Sie (mit Hilfe der O-Notation) eine möglichst gute Schranke für die Zahl der Rechenschritte an.

   (b) Was passiert, wenn Sie die obige Anweisung durch „`n = n + 3;`" ersetzen? Für welche Startwerte terminiert das Verfahren dann? Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Antwort. (3+2 Punkte)

3. Seien n_1 und n_2 zwei natürliche Zahlen mit identischer Ziffernfolge $z_{l-1}z_{l-2}\dots z_0$ bezüglich unterschiedlicher Basen b_1 und b_2. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort!

   (a) Falls $b_1 > b_2$, so ist $n_1 > n_2$.

   (b) Falls $n_1 > n_2$, so ist $b_1 > b_2$.

   (c) Falls b_1 Teiler von b_2 ist, so ist n_1 Teiler von n_2.

   (d) Falls n_1 Teiler von n_2 ist, so ist b_1 Teiler von b_2. (1+1+1+1 Punkte)

4. Es sei $(a_{l-1}a_{l-2}\dots a_0)_{-10} := \sum_{i=0}^{l-1} a_i(-10)^i$, wobei $a_i \in \{0,\dots,9\}$ sei für $i \in \{0,\dots,l-1\}$. $a_{l-1}\dots a_0$ heißt dann Darstellung von $\sum_{i=0}^{l-1} a_i(-10)^i$ zur Basis -10.

   (a) Schreiben Sie $(19375573910)_{-10}$ als Dezimalzahl.

   (b) Geben Sie eine Darstellung von $(9230753)_{10}$ zur Basis -10 an.

   (c) Zeigen Sie, dass es für jede ganze Zahl x eine Darstellung zur Basis -10 gibt (d.h. Zahlen $a_i \in \{0,\dots,9\}$ $(i = 0,\dots,l-1)$ mit $x = (a_{l-1}\dots a_0)_{-10}$).

   (d) Ist die Darstellung aus Aufgabenteil (c) immer eindeutig? (1+1+2+3 Punkte)

Abgabe: Montag, den 27.10.2014, **vor** der Vorlesung.