

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 6. Übung

1. Sei  $(G, u, s, t)$  ein Flussnetzwerk, und seien  $\delta^+(X)$  und  $\delta^+(Y)$   $s$ - $t$ -Schnitte minimaler Kapazität in  $(G, u)$ . Zeigen Sie, dass  $\delta^+(X \cap Y)$  und  $\delta^+(X \cup Y)$  dann auch  $s$ - $t$ -Schnitte minimaler Kapazität in  $(G, u)$  sind. (3 Punkte)
2. Sei  $G$  ein gerichteter oder ungerichteter Graph. Wir bezeichnen für zwei Knoten  $s, t \in V(G)$  mit  $\lambda_{st}$  die maximale Anzahl paarweise kantendisjunkter  $s$ - $t$ -Wege in  $G$ . Seien nun  $x, y, z \in V(G)$  drei verschiedene Knoten und  $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$  mit  $\alpha \leq \lambda_{xy}$ ,  $\beta \leq \lambda_{xz}$  und  $\alpha + \beta \leq \max\{\lambda_{xy}, \lambda_{xz}\}$ . Zeigen Sie, dass es dann  $\alpha$   $x$ - $y$ -Wege und  $\beta$   $x$ - $z$ -Wege gibt, so dass diese  $\alpha + \beta$  Wege paarweise kantendisjunkt sind. (4 Punkte)
3. Im Tagebau sollen Rohstoffe gefördert werden. Jeder Kubikmeter Gestein wird durch einen Knoten in einem gerichteten Graphen  $G$  modelliert. Eine Kante  $(v, w) \in E(G)$  bedeutet, dass  $v$  nicht abgebaut werden kann, ohne dass auch  $w$  abgebaut wird (zum Beispiel weil  $w$  oberhalb von  $v$  liegt). Der Abbau von einem Kubikmeter Gestein  $v \in V(G)$  bringt einen (möglicherweise negativen) Profit  $p(v)$ . Wie bestimmt man effizient eine abzubauen Menge  $X \subseteq V(G)$ , die den maximalen Profit  $p(X)$  bringt? (5 Punkte)

**Abgabe der Theorieaufgaben:** Donnerstag, den 20.11.2014, vor der Vorlesung.

4. Schreiben Sie ein Programm, das zu einem gegebenen ungerichteten Graph  $G$  für zwei Knoten  $s$  und  $t$  die maximale Anzahl intern knotendisjunkter  $s$ - $t$ -Wege bestimmt. (16 Punkte)

**Abgabe der Programmierübung:** Donnerstag, den 27.11.2014, vor der Vorlesung.

## Hinweise zur Programmierübung:

Das Programm muss in C oder C++ geschrieben sein. Es wird empfohlen, C++ zu verwenden.

Es können wieder alle Programme und Datenstrukturen, die in der Vorlesung “Algorithmische Mathematik I” aus dem Wintersemester 2012/2013 vorgestellt wurden, benutzt oder geeignet modifiziert werden. Alle Programme aus dieser Vorlesung finden Sie hier:

<http://www.or.uni-bonn.de/~vygen/lectures/alma1ws12.html>

Eine gültige Datei, die eine Instanz beschreibt, hat das folgende Format:

```
Knotenanzahl
Knoten0a Knoten0b
Knoten1a Knoten1b
...
```

Die Einträge der Datei sind ausschließlich ganze Zahlen. In der ersten Zeile steht eine einzelne ganze Zahl, die größer als 1 ist und die Anzahl der Knoten angibt. Wir nehmen an, dass, wenn wir  $n$  Knoten haben, diese von 0 bis  $n-1$  durchnummeriert sind. Jede weitere Zeile spezifiziert genau eine Kante. Die beiden Einträge einer Zeile sind zwei verschiedene nichtnegative ganze Zahlen, welche die Nummern der beiden durch die Kante verbundenen Knoten sind. Der Knoten  $s$  habe in dieser Darstellung die Nummer 0, und der Knoten  $t$  die Nummer 1.

Es können parallele Kanten vorkommen, und der Graph muss nicht zusammenhängend sein.

**Ausgabeformat:** Die Ausgabe besteht aus genau einer Zahl, die die maximale Anzahl von intern knotendisjunkten Wege vom Knoten mit der Nummer 0 zum Knoten mit der Nummer 1 angibt.

**Beispiel:** Eine Eingabedatei für einen Graphen mit 5 Knoten und 7 Kanten kann so aussehen:

```
5
0 2
2 4
4 0
4 3
1 3
1 4
0 1
```

Die Ausgabe der Programms muss dann so aussehen:

```
2
```

Das Programm muss korrekt arbeiten und ohne Fehlermeldung kompiliert werden können. Der Code muss auf einem gängigen Linuxsystem funktionieren. Algorithmen aus externen Bibliotheken dürfen nicht verwendet werden.

**Abgabe:** Der Quelltext der Programms muss bis 27. November, 16:15 Uhr per E-Mail beim jeweiligen Tutor eingegangen sein. Außerdem ist bis zu diesem Zeitpunkt ein Ausdruck des Quelltextes zusammen mit den Theorieaufgaben abzugeben.

Testinstanzen befinden sich auf der Seite

[http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ws14/edm\\_14\\_uebung.html](http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ws14/edm_14_uebung.html)