Wintersemester 2015/16
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
11. Übung

1. Betrachten Sie das folgende Problem: Gegeben sei ein stark zusammenhängender gerichteter Graph G mit nichtnegativen reellen Kantengewichten c. Gesucht ist eine Abbildung $f : E(G) \to \mathbb{N} \setminus \{0\}$, so dass der Graph, der $f(e)$ Kopien von jedem $e \in E(G)$ und $V(G)$ als Knotenmenge enthält, Eulersch ist. Dabei soll $\sum_{e \in E(G)} c(e)f(e)$ minimiert werden. Man gebe einen polynomiellen Algorithmus für dieses Problem an. (5 Punkte)

2. In Abbildung 1 sehen Sie einen stark vereinfachten Plan der Skipisten in Zermatt. Die Pisten selbst sind in rot dargestellt, Skilifte und andere Transportmöglichkeiten in schwarz. Was ist die kürzeste Zeit, in der man, wenn man in Zermatt beginnt und endet, alle Skipisten abfahren kann? Zeigen Sie (auf möglichst einfache Weise), dass Ihre Lösung tatsächlich optimal ist. (4 Punkte)

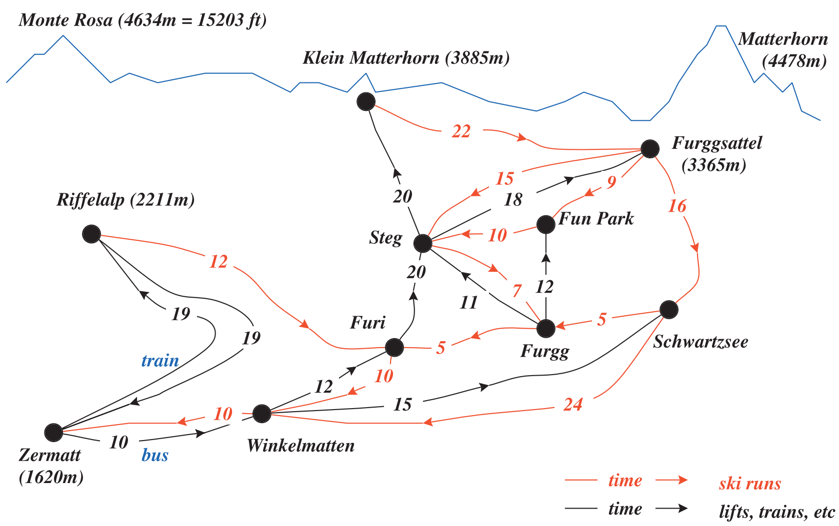

Abbildung 1: Skipisten in Zermatt.

3. Man beschreibe eine Turingmaschine mit Alphabet $\{0, 1, \#\}$, die zwei binäre Strings vergleicht: Der Input bestehe aus einem String $a\#b$ mit $a, b \in \{0, 1\}^*$, und der Output sei 1 für $a = b$ und 0 für $a \neq b$. (4 Punkte)

4. (a) Zeigen Sie, dass 2SAT, also die Einschränkung des SATISFIABILITY-Problems auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens zwei Literale hat, in polynomieller Zeit lösbar ist.

   (b) Man beschreibe einen Algorithmus mit linearer Laufzeit, der für jede SATISFIABILITY-Instanz eine Wahrheitsbelegung bestimmt, die mindestens die Hälfte aller Klauseln erfüllt. (4+2 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 28.1.2016, vor der Vorlesung.