

## Algorithmische Mathematik I

### 4. Übung

1. Zeigen Sie, dass man zwei natürliche Zahlen mit  $k$ - bzw.  $l$ -stelliger Binärdarstellung (mit  $k \leq l$ ) in  $O(k^{\log_2(3)-1}l)$  Zeit multiplizieren kann. (6 Punkte)
2. Es seien  $a, b, c \in \mathbb{R}$  Konstanten mit  $c \geq 0$  und  $2 \leq b < a$ . Außerdem sei  $T : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$  eine monoton steigende Funktion, welche die folgenden Bedingungen erfüllt:
  - $T(n) \leq c$  für  $n \leq b$  und
  - $T(n) \leq c \cdot n + a \cdot T(\lceil \frac{n}{b} \rceil)$  für  $n > b$ .

Zeigen Sie, dass dann  $T(n) = O(n^{\log_b(a)})$  gilt. (6 Punkte)

3. Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Funktion, die nur die Division durch 2 benötigt (die in Binärdarstellung natürlich sehr einfach und schnell realisierbar ist). Wie können Sie die Laufzeit abschätzen?

```
1 myint gcd2(myint a, myint b) // compute greatest common divisor
2 {
3     if (b == 0) return a;
4     else if (a % 2 == 0)
5     {
6         if (b % 2 == 0) return 2 * gcd2(b / 2, a / 2);
7         else return gcd2(b, a / 2);
8     }
9     else
10    {
11        if (b % 2 == 0) return gcd2(a, b / 2);
12        else if (a < b) return gcd2(a, (b - a) / 2);
13        else return gcd2(b, (a - b) / 2);
14    }
15 }
16 }
```

(5 Punkte)

4. Schreiben Sie die Zahlen 25,0625 und 105,3 und  $\frac{1}{9}$  jeweils in normalisierter 2-adischer Darstellung. (3 Punkte)

**Öffnungszeiten des Help Desks:** Dienstags, 13 – 16 Uhr und donnerstags, 10 – 13 Uhr, jeweils in Raum N1.002, Endenicher Allee 60, Nebengebäude.

**Abgabe:** Montag, den 14.11.2016, vor der Vorlesung.