

Einführung in die Diskrete Mathematik

1. Übung

1. Sei $G = (V, E)$ ein einfacher ungerichteter Graph. Zeigen Sie, dass dann gilt:
 - a) Es gibt eine Aufteilung $V = V_1 \dot{\cup} V_2$ der Knotenmenge, so dass alle Knoten in $G[V_1]$ und $G[V_2]$ geraden Grad haben.
 - b) Es gibt eine Aufteilung $V = V_1 \dot{\cup} V_2$ der Knotenmenge, so dass alle Knoten in $G[V_1]$ geraden Grad und alle Knoten in $G[V_2]$ ungeraden Grad haben. (6 Punkte)

Beachten sie, dass hier auch Aufteilungen erlaubt sind, in denen eine Teilmenge leer ist.

2. Zeigen Sie, dass jeder Graph mit n Knoten und mehr als $\frac{1}{2}n^{\frac{3}{2}}$ Kanten einen Kreis der Länge höchstens 4 besitzt (6 Punkte)
3. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:
Wenn G ein stark zusammenhängender gerichteter Graph ist, dessen zugrundeliegender ungerichteter Graph mindestens einen Kreis ungerader Länge enthält, dann enthält G auch einen gerichteten Kreis ungerader Länge. (4 Punkte)
4. Sei $G = (V, E)$ ein stark zusammenhängender gerichteter Graph mit n Knoten. Zeigen Sie, dass G dann einen stark zusammenhängenden Teilgraphen $G' = (V, E')$ mit $|E'| \leq 2n - 2$ enthält. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 27.10.2016, **vor** der Vorlesung.