

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 13. Übung

1. Betrachten Sie folgendes Problem: Finde zu einem gegebenen Graph  $G$  eine möglichst kleine Menge  $X \subseteq V(G)$  mit  $X \cup \Gamma(X) = V(G)$ . Hier ist  $\Gamma(X)$  wieder die Menge der Nachbarn von  $X$ . Man zeige, dass es für dieses Problem genau dann einen polynomiellen Algorithmus gibt, wenn  $P = NP$  ist. (5 Punkte)
2. Zeigen Sie, dass das folgende Problem  $NP$ -schwer ist:  
Gegeben seien ganze Zahlen  $c_1, \dots, c_n, K, L$ . Gibt es  $K$  paarweise verschiedene Teilmengen  $S_1, \dots, S_K \subseteq \{1, \dots, n\}$  mit  $\sum_{j \in S_i} c_j \geq L$  für  $i = 1, \dots, K$ ? (5 Punkte)
3. Geben Sie einen polynomiellen Algorithmus an, der das TSP optimal löst, falls die Instanz metrischer Abschluss eines gewichteten Baumes ist. (5 Punkte)
4. Zeigen Sie, dass man für den Doppelbaum-Algorithmus für das metrische TSP im allgemeinen keine bessere Gütegarantie als den in der Vorlesung bewiesenen Faktor 2 angeben kann. (5 Punkte)

**Abgabe:** Donnerstag, den 2.2.2017, vor der Vorlesung.