

Einführung in die Diskrete Mathematik

3. Programmierübung

Implementieren Sie den SUKZESSIVE-KÜRZESTE-WEGE-ALGORITHMUS zur Berechnung eines Flusses mit minimalen Kosten. Wir beschränken uns für diese Aufgabe auf **einfache Graphen** und betrachten nur **positive Kantenkosten**. Das Programm soll Laufzeit $O(|B|n^2)$ haben, wobei $B = \frac{1}{2} \sum_{v \in V(G)} |b(v)|$ und $n = |V(G)|$ sei.

Zur Berechnung der kürzesten Wege soll Dijkstras Algorithmus benutzt werden. Dabei genügt eine Implementierung mit einer Laufzeit $O(n^2)$.

Eine gültige Datei, die einen Graphen beschreibt, hat das folgende Format:

```
Knotenanzahl
Supply0
Supply1
...
Kantenanzahl
Knoten0a Knoten0b Kapazitaet0 Kosten0
Knoten1a Knoten1b Kapazitaet1 Kosten1
...
```

Die Einträge der Datei sind ausschließlich ganze Zahlen. Sie können voraussetzen, dass die Summe der Absolutbeträge aller Zahlen in der Eingabe kleiner als 2^{31} ist. In der ersten Zeile steht eine einzelne positive Zahl n , welche die Anzahl der Knoten angibt. Die nächsten n Zeilen spezifizieren die b -Werte der einzelnen Knoten. Jede dieser n Zeilen enthält genau eine Zahl. Wir nehmen an, dass die Knoten von 0 bis $n - 1$ durchnummeriert sind. Die Zahl in Zeile i gibt den b -Wert von Knoten $i - 2$ an (für $i = 2, \dots, n + 1$). Nach diesen insgesamt $n + 1$ Zeilen folgt eine Zeile, die die Kantenzahl angibt. Jede weitere Zeile spezifiziert genau eine Kante. Die ersten beiden Einträge einer Zeile sind zwei verschiedene nichtnegative Zahlen, welche die Nummern der Endknoten der Kante sind (wobei die Kante vom jeweils ersten angegebenen Knoten zum zweiten gerichtet sei). Der dritte Eintrag in der Zeile ist eine positive Zahl, die die Kapazität der Kante bezeichnet. Der vierte und letzte Eintrag in jeder dieser Zeilen ist ebenfalls eine positive Zahl und gibt die Kosten der zugehörigen Kante an. Der Index einer jeden Kante ist durch ihre Zeilennummer in der Eingabedatei gegeben: Zeile i kodiert die Kante mit Index $i - 3 - n$ (für $i = n + 3, \dots, m + n + 2$, wobei m die Zahl der Kanten sei).

Ausgabeformat: Das Programm muss in der ersten Zeile der Ausgabe die Kosten der berechneten Lösung ausgeben. Jede weitere Zeile enthält genau zwei Zahlen. Die erste Zahl ist der Index einer Kante und die zweite Zahl der Fluss-Wert auf dieser Kante. Die Zeilenindizes sollen dabei aufsteigend sortiert sein. Nur Zeilen mit positivem Fluss-Wert sind anzugeben.

Beispiel: Eine Eingabedatei für einen Graphen mit fünf Knoten und sieben Kanten kann so aussehen:

```
5
2
0
0
3
-5
7
0 1 1 1
1 2 1 1
0 2 5 3
0 3 7 5
3 2 3 4
2 4 2 1
3 4 3 2
```

Die Ausgabe der Programms muss dann so aussehen:

```
13
0 1
1 1
2 1
5 2
6 3
```

Das Programm muss in C oder C++ geschrieben sein. Es muss korrekt arbeiten und ohne Fehlermeldung kompiliert werden können. Der Code muss auf einem gängigen Linuxsystem funktionieren. Achten Sie auch darauf, dass Sie Ihr Programm ausreichend mit Kommentaren versehen. Sie dürfen bei Bedarf Teile der C++-Standardbibliothek einbinden. Andere externe Bibliotheken dürfen nicht verwendet werden.

Für diese Programmieraufgabe gibt es 20 Punkte.

Abgabe: Der Quelltext des Programms muss bis Donnerstag, 26.1.2017, 16:15 Uhr per E-Mail beim jeweiligen Tutor eingegangen sein. Außerdem ist bis zu diesem Zeitpunkt ein Ausdruck des Quelltextes zusammen mit den Theorieaufgaben abzugeben.