

## Lineare und Ganzzahlige Optimierung

### 3. Übung

1. Es sei  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ . Zeigen Sie, dass genau eines der beiden Systeme

$$Ax = 0, \quad x > 0$$

und

$$A^t y \geq 0, \quad A^t y \neq 0$$

eine zulässige Lösung hat.

(4 Punkte)

2. Seien  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $c \in \mathbb{R}^n$  und  $b, \tilde{b} \in \mathbb{R}^m$ . Betrachten Sie die folgenden linearen Programme:

$$(P1) \quad \max\{c^t x \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$$

$$(P2) \quad \max\{\mathbb{1}_n^t x \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$$

$$(P3) \quad \max\{c^t x \mid Ax \leq \tilde{b}, x \geq 0\}$$

Welche der folgenden Aussagen sind dann notwendigerweise wahr? Beweisen Sie Ihre Antworten.

- (a) Wenn (P1) unbeschränkt ist, dann ist (P2) unbeschränkt.
  - (b) Wenn (P2) unbeschränkt ist, dann ist (P1) unbeschränkt.
  - (c) Wenn (P1) unbeschränkt ist, dann ist (P3) unzulässig oder unbeschränkt. (2+2+2 Punkte)
3. Es sei  $P$  ein Polyeder. Zeigen Sie, dass das Problem, eine größte Kugel zu finden, die in  $P$  hineinpasst, als lineares Programm geschrieben werden kann. (5 Punkte)

**Abgabe:** Dienstag, 8. November, 2016, vor der Vorlesung.